

Musée maritime d'Osaka (Andreu)

* Coordonnées sphériques usuelles : longitude θ et colatitude φ

$$x = R \sin\varphi \cos\theta$$

$$x = R \sin\varphi \sin\theta$$

$$z = R \cos\varphi$$

Plan tangent défini par $\partial M/\partial\theta = R \sin\varphi \mathbf{u}$ (parallèle)

$$\partial M/\partial\varphi = -R \mathbf{v} \text{ (méridien, orienté vers le pôle N)}$$

où (\mathbf{u}, \mathbf{v}) est une B.O.N. du plan tangent.

* Les plaques du musée d'Osaka sont des carrés, « posés sur pointe » sur le parallèle, dans le plan tangent, i.e les côtés à $\pi/4$ par rapport à l'horizontale dirigée par \mathbf{u} .

* Au point où elle rencontre l'horizontale, la direction du côté est donc $\mathbf{w} = (\mathbf{u} + \mathbf{v})/\sqrt{2}$.

Les côtés des carrés forment une version discrétisée d'une courbe qui vérifierait cela en tout point ; le modèle à chercher est donc une courbe dont \mathbf{w} serait le vecteur unitaire tangent en tout point (ou l'opposé, bien sûr). D'où l'équation différentielle de cette courbe :

$$dM/ds = \mathbf{w} = (\mathbf{u} + \mathbf{v})/\sqrt{2}.$$

Mais $dM/ds = \theta' \cdot \partial M/\partial\theta + \varphi' \cdot \partial M/\partial\varphi = \theta' \cdot R \sin\varphi \mathbf{u} - \varphi' \cdot R \mathbf{v}$ (θ' , φ' dérivées en s)

Par unicité sur la base (\mathbf{u}, \mathbf{v}) on a

$$\theta' = 1 / [R \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\varphi]$$

$$\varphi' = -1 / [R \cdot \sqrt{2}]$$

$$d\theta / d\varphi = -1 / \sin\varphi$$

$$\theta = -\ln(\tan \varphi/2) + \theta_0$$

ce qui nous met catégoriquement loin de Viviani, puisque c'est une *courbe transcendante*.